Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2017

Rješenja zadataka iz FIZIKE
za II razred srednje škole

1. Na kuglicu djeluju: sila Zemljine teže $m\vec{g}$, sila zatezanja $\vec{T}$ i Kulonova sila $\vec{F_c}$, pa se II Njutnov zakon za njeno kretanje može napisati u obliku:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F_c}.$$

Kuglica se od tačke A do tačke B kreće po dijelu kružnice poluprečnika l. Kada kuglica prolazi kroz tačku B na nju djeluje privlačna Kulonova sila u horizontalnom pravcu. Kako je u tački B brzina kuglice maksimalna to je njeno tangencijalno ubrzanje jednako nuli. Medjutim, centripetalno ubrzanje djeluje na kuglicu vertikalno naviše, ka tački vješanja O, i iznosi:

$$a_c = \frac{v^2}{l},$$

gdje je v brzina kuglice u tački B. Tada za navedene sile važi:

$$\frac{mv^2}{l} = T - mg.$$

Zakon održanja energije za kugicu u tačkama A i B respektivno, može se napisati u obliku: $E_{uA} = E_{uB}$, odn.

$$mgh - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{mv^2}{2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}.$$

Ovdje je h visina na kojoj se nalazi kuglica u tački A ako se referentni nivo uzme u odnosu na tačku B, r je rastojanje izmedju tačaka A i B, dok je v brzina koju kuglica ima u tački B. Sa slike se vidi da je:

$$r^2 = h^2 + (x + l)^2,$$

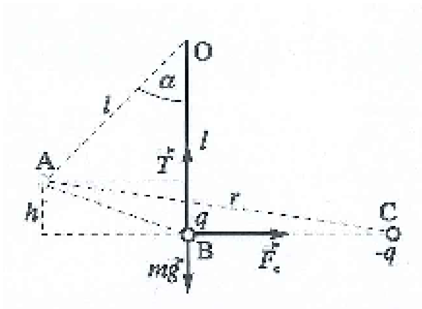
gdje je $h = l - x$ (projekcijom tačke A na vertikalni pravac OB dobija se jednakokraki trougao) i $x = \frac{\sqrt{2}}{2}l$. Kombinovanjem ovih jednačina dobija se:

$$r = \sqrt{3}l.$$

Sada zakon održanja energije ima oblik:

$$mgh - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{3}l} = \frac{mv^2}{2} - \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 l}.$$

Odavde je: $mv^2 = 2mgl\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 l}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.



Konačno, izraz za silu zatezanja u tački B je:

$$T = mg(3 - \sqrt{2}) + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 l^2}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

2. Na klip djeluju: sila Zemljine teže $m_1 g$, sila pritiska gasa pS, sila pritiska atmosfere $p_0 S$ i sila elastičnosti opruge kx, gdje su: m_1 masa klipa, p i p_0 pritisci u gasu i atmosferi, x deformacija opruge i S površina klipa. Na gas na temperaturi T_1 djeluju sile:

$$m_1 g + p_0 S = kx_1 + p_1 S, \tag{1}$$

kad je opruga sabijena za x_1. Na gas na temperaturi T_2 djeluju sile:

$$m_1 g + p_0 S = -kx_2 + p_2 S, \tag{2}$$

kad je opruga razvučena za x_2. Oduzimanjem ovih jednačina dobijamo:

$$0 = k(x_1 + x_2) + S(p_1 - p_2). \tag{3}$$

Ako je l dužina neistegnute opruge, tada je $x_1 = l - h$ i $x_2 = H - l$. Dalje, iz jednačina stanja idealnog gasa imamo: $p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1$ i $p_2 V_2 = \frac{m}{M} R T_2$. Ovdje je očigledno $V_1 = Sh$ i $V_2 = SH$, pa je:

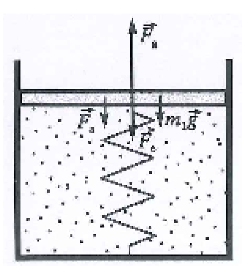
$$p_1 = \frac{mRT_1}{ShM}$$

i

$$p_2 = \frac{mRT_2}{SHM}.$$

Sada jednačina (3) daje izraz za temperaturu T_2:

$$T_2 = \frac{H}{h} T_1 + \frac{MHk}{mR}(H - h).$$



3. Za jednoatomski gas je broj stepeni slobode $j = 3$. Prvi princip termodinamike primijenjen na proces $1-3$, gdje je $V = V_0 = const.$, daje: $Q_{13} = \Delta U_{13} = nC_v(T_3 - T_1)$. Jednačine stanja idealnog gasa za tačke 1 i 3 redom su: $p_0V_0 = nRT_1$ i $2p_0V_0 = nRT_3$. Dijeljenjem ovih jednačina dobija se:

$$T_3 = 2T_1.$$

Sada je $Q_{13} = nC_vT_1 > 0$, pa je ovo količina toplote koja je dovedena gasu.
Prvi princip termodinamike primijenjen na proces $3-2$, gdje je $p = 2p_0 = const.$, daje: $Q_{32} = nC_p\Delta T = nC_p(T_2 - T_3)$. Jednačine stanja idealnog gasa za tačke 1 i 2 redom su: $p_0V_0 = nRT_1$ i $2p_0 2V_0 = nRT_2$. Dijeljenjem ovih jednačina dobija se:

$$T_2 = 4T_1.$$

Sada je $Q_{32} = 2nC_pT_1 > 0$, dovedena količina toplote. Ukupna količina toplote dovedena gasu u procesu $1-3-2$ je:

$$Q_1 = Q_{13} + Q_{32} = nT_1(C_v + 2C_p).$$

Analogno se radi za proces $1-4-2$, gdje se za dio $1-4$, sa $p = p_0 = const.$, dobija $Q_{14} = nC_p\Delta T = nC_p(T_4 - T_1)$. Jednačine stanja idealnog gasa za tačke 1 i 4 $p_0V_0 = nRT_1$ i $p_0 2V_0 = nRT_4$ daju:

$$T_4 = 2T_1,$$

pa je: $Q_{14} = nC_pT_1 > 0$, dovedena količina toplote.
Za proces $4-2$ je $V = V_0 = const.$, pa je $Q_{42} = \Delta U_{42} = nC_v(T_2 - T_4)$. Zamjenom temperatura T_2 i T_4 preko temperature T_1 dobija se: $Q_{42} = 2nC_vT_1 > 0$. Ukupna dovedena količina toplote za proces $4-2$ je: $Q_2 = Q_{14} + Q_{42} = nT_1(C_p + 2C_v)$.
Traženi odnos dovedenih količina toplote u zadatim procesima je:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{nT_1(C_v + 2C_p)}{nT_1(C_p + 2C_v)} = \frac{1 + 2C_p/C_v}{2 + C_p/C_v} = \frac{1 + 2\gamma}{2 + \gamma}.$$

Kako je $\gamma = \frac{j+2}{j}$, to je $\gamma = 5/3$, a $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{13}{11}$.

4. Ako smjerove struje u kolu označimo kao na slici, prema Omovom zakonu, voltmetri će pokazivati napone:
$U_1 = I_1r$, $U_2 = I_2r$ i $U_3 = I_3r$. Za zadnji dio kola II Kirhofovo pravilo daje:

$$-I_3R - I_3r + I_2r = 0, tj.$$

$$U_2 = U_3 + I_3R.$$

Za srednji dio kola II Kirhofovo pravilo daje:

$$-R(I_2 + I_3) - U_2 + U_1 = 0, tj.$$

$$U_1 = U_2 + R(I_2 + I_3).$$

Kombinacijom ovih jednačina i korišćenjem izraza $I_1 = \frac{U_1}{r}$ i $I_3 = \frac{U_3}{r}$, dobija se:

$$U_2 = \frac{r(U_1 - U_3) - 2U_3R}{R}.$$

Nepoznati otpor r se može odrediti npr. iz jednačine $U_2 = U_3 + I_3 R$ stavljaljem $I_3 = \frac{U_3}{r}$. Tada se dobija:

$$r = \frac{U_3 R}{U_2 - U_3}.$$

Konačno se dobija kvadratna jednačina:

$$U_2^2 + U_2 U_3 - U_3(U_1 + U_3) = 0,$$

čija su rješenja:

$$U_{2_{1,2}} = \frac{-U_3 \pm \sqrt{U_3^2 + 4U_3(U_1 + U_3)}}{2}.$$

Pretpostavljeni smjerovi struja u kolu odgovaraju smjerovima u kojima izvor šalje struje u kolu, pa je traženi napon jednak pozitivnom rješenju ove jednačine:

$$U_2 \approx 17.3V.$$

$mv^2 = 2mgl\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 l}\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$